

تمرين 1

احسب الحدود الأربعة الأولى للمتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ في الحالات التالية:

- (1) $u_n = n^2 + 1$
- (2) $u_n = \frac{n+1}{n+3}$
- (3) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$
- (4) $u_n = \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)$
- (5) $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n^2 + 2 \end{cases}$
- (6) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 1} \end{cases}$
- (7) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2\sqrt{u_n} + 1 \end{cases}$

ج- احسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
د- نفع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، احسب S_n بدلالة n

تمرين 5

تعريف $u_0 = 3$
تعبر المتالية العددية (u_n) حيث $\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{4}{3}$

- 1- احسب u_1 و u_2
- 2- نفع $v_n = u_n - 2$ لكل n من \mathbb{N}
- أ- احسب v_0
- ب- بين أن (v_n) متالية هندسية وحدد أساسها.
- ج- احسب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n
- 3- نفع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ احسب S_n بدلالة n

تمرين 2

1- تعبر المتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي $u_n = \frac{3n-1}{2n}$ من أن المتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متباعدة بالعدد $\frac{3}{2}$ ومنفجرة بالعدد 3 واستنتج أنها محدودة.

2- بين أن المتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة في الحالات التالية محدودة.

(أ) $u_n = \cos n + \frac{1}{n}$; $u_n = \frac{(-1)^n}{n^2+1}$; $u_n = \frac{n^2}{n^2+1}$

تمرين 6

لتكن المتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}u_n^2 + 1} \end{cases}$$

- 1- احسب u_1 و u_2
- 2- لتكن (v_n) المتالية العددية المعرفة بما يلي:
أ- أثبت أن (v_n) متالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول.

ب- استنتج u_n بدلالة n .
3- أ- بين أن $\sqrt{1+x} \leq 1 + \frac{x}{2}$ لكل $x \in \mathbb{R}^+$
ب- استنتج أنه لكل $n \in \mathbb{N}$
$$\sqrt{2} \leq u_n \leq \sqrt{2} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \right]$$

تمرين 3

1- تعبر المتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$\forall n \in \mathbb{N}; u_n = \frac{5n-3}{2n+7}$$

ادرس رتبة المتالية (u_n) واستنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}; u_n \geq -\frac{3}{7}$

2- تعبر المتالية العددية $(v_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بما يلي $\forall n \in \mathbb{N}^*; v_n = 3 + \frac{5}{n}$

ادرس رتبة المتالية $(v_n)_{n \geq 1}$ واستنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}^*; v_n \leq 8$

تمرين 7

لتكن (u_n) المتالية العددية المعرفة بـ $\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} = \frac{3u_n}{\sqrt{9+u_n^2}}$ ، $u_0 = \sqrt{2}$

- 1- أ- تحقق أن $u_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$
- ب- بين أن (u_n) متالية تناقصية.
- 2- تعبر المتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي $\forall n \in \mathbb{N}; v_n = \frac{18}{u_n^2}$
- أ- بين أن (v_n) متالية حسابية وحدد عناصرها.
- ب- حدد v_n و u_n بدلالة n

3- احسب المجموع:

$$S = \frac{1}{u_0^2} + \frac{1}{u_1^2} + \dots + \frac{1}{u_n^2}$$

تمرين 4

تعبر المتالية العددية (u_n) حيث

$$\begin{cases} u_0 = -\frac{1}{2} \\ \forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} = \frac{-1}{2+u_n} \end{cases}$$

- 1- احسب u_1 و u_2
- 2- لتكن المتالية (v_n) حيث $v_n = \frac{1}{1+u_n}$ لكل n من \mathbb{N}
- أ- احسب v_0
- ب- بين أن (v_n) متالية حسابية وحدد أساسها.