

تمرين (1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{x^2-1}$; $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2-1}$;
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2-5x-2}{2x^2-5x+2}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x^2-1}$; $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-x^3-3x^2+5x-2}{x^3-x^2-x+1}$; $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{3-\sqrt{x+4}}$;

تمرين (2) أحسب: $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{x+5}{-x+2}$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{3x-1}{x-1}$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{4x+1}{-x+1}$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} \frac{-2x-1}{x-3}$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2+|x|}{x^2-|x|}$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{2x-3}{x^2-1}$

تمرين (3) أحسب:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x - x}{\sin x + x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan x + x}{3 \tan x + x}$;
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \tan x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{\tan x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$;
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\tan 2x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \sin 2x}{1 - \cos x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2\pi x}{2x^2}$

تمرين (4) أحسب:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 3x^2 + 4$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} -x^5 - 4x^3 + 2x^2 + 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3 - 3x^2 + 4x$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 4x + 1}{5x^4 - 3x + 1}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 3x^3 + 1}{2x^6 3x^5 + 3}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 1}{4x - 5}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^6 - 3x}{x - 1}$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 3x^2 + 5x}{x^2 - 3x + 1}$.

تمرين (5) أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x} - x$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2+x} + x$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x^2+x} - x$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2+x} + 2x$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x-5}}{2x}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x-5}}{2x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 2\sqrt{x}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} x - \sqrt{1-x}$

تمرين (6) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي: $f(x) = \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}$

(1) حدد D_f .

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

تمرين (7)

(1) بين أن: $\forall x > 1$ لكل $\left| \frac{2x \sin x}{x^2-1} \right| \leq \frac{2x}{x^2-1}$.

(2) استنتج نهاية الدالة $\left| \frac{2x \sin x}{x^2-1} \right|$ عند $x \rightarrow +\infty$.

تمرين (8)

$f(x) = \frac{\tan x - \sin x}{x^2}$

أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 4x; x \in]-\infty; 1] \\ f(x) = x - 3 + \frac{2}{x-3}; x \in]1; 3[\cup]3; +\infty[\end{cases} \quad \text{تمرين 9}$$

(أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(ب) أحسب $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x)$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} f(x)$.

أحسب: $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$.

$$f(x) = \frac{x^2 - 1 + \sqrt{x+1}}{x} \quad \text{تمرين 10}$$

(1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(2) أحسب: $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x)}{x+1}$

$$\begin{cases} g(x) = x + 2 - \sqrt{x}; x \geq 0. \\ g(x) = \sqrt{4-x} + x; x < 0. \end{cases} \quad \text{تمرين 11}$$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$

هل الدالة g تقبل نهاية عند 0.

(2) أحسب (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$

(ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) - x$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) - x$

(د) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{g(x) - g(0)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x) - g(0)}{x}$

$$f(x) = x(\sqrt{x^2 + 2x} + x - x) \quad \text{تمرين 12}$$

أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$.