

:05 •

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \frac{x}{1+|x|}$$

- f - (1)
- $\forall x \in \mathbb{R} : |f(x)| < 1$ - (2)
- $f^{-1} : J \rightarrow \mathbb{R} : f$ - (3)

:06 •

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} : n \mapsto n + (-1)^n$$

- $\mathbb{N} \quad n \quad f \circ f(n) \quad f \circ f(2) \quad f \circ f(1) \quad f \circ f(0)$ - (1)
- $f^{-1} : f$ - (2)

:07 •

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt{x^2 - x + 1}$$

- $f : \forall x \in \mathbb{R} : f(1-x) = f(x)$ - (1)
- $f : \forall x \in \mathbb{R} : f(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ - (2)

$$J = \left] -\infty, \frac{1}{2} \right[\quad I = \left[\frac{1}{2}, +\infty \right[\quad f \quad h \circ g \quad - (3)$$

$$g^{-1} \quad K = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}, +\infty \right[\quad I \quad g \quad \text{أ}$$

ب- نعتبر التطبيق : $J \rightarrow I : k : x \mapsto 1-x$ ، بين أن : $h = g \circ k$ ، ثم إستنتج أن h

$$h^{-1}$$

:01 •

- $a < b : \quad b \quad a$
- $]a, a+r[\cap]b-r, b[= \emptyset : \quad \mathbb{R}_+^* \quad r$ - (1)
- $]a, a+r[=]b-r, b[: \quad (\text{يتم تحديده}) \quad \mathbb{R}_+^* \quad r$ - (2)
- $]a, a+r[\cap]b-r, b[=]a, b[: \quad \mathbb{R}_+^* \quad r$ - (3)

:02 •

- $B = \left\{ \frac{-1+2k}{3} / k \in \mathbb{Z} \right\} \quad A = \{1+2k / k \in \mathbb{Z}\} : \quad - (1)$
- $A \subsetneq B : \quad A \neq B \quad A \quad B$
- $D = \left\{ \frac{8k+5}{20} / k \in \mathbb{Z} \right\} \quad C = \left\{ \frac{4k+5}{10} / k \in \mathbb{Z} \right\} : \quad - (2)$
- $C \cap D = \emptyset :$

:03 •

- $C \quad B \quad A \quad (S_1) : \begin{cases} A \cap X = B \\ A \cup X = C \end{cases} : \quad P(E) \quad - (1)$
- $B \subsetneq A \subsetneq C : \quad E$
- $P(E) \quad (S_2) : \begin{cases} A \setminus X = B \\ X \setminus A = C \end{cases} : \quad - (2)$
- $B \subsetneq A \subsetneq \overline{C}$

:04 •

- $F = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / \begin{cases} x^2 \leq y \\ y^2 \leq x \end{cases} \right\} \quad E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 1\}$
- $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^3 - y^3 < 1 < x - y\}$
- $G \subsetneq F \subsetneq E$
- $G \subsetneq]0, 1[\times]-1, 0[\quad F \subsetneq]0, 1[\times]0, 1[\quad E \subsetneq]-1, 1[\times]-1, 1[$

:13 •

$g_1 \circ f = g_2 \circ f$ $g_1, g_2 : F \rightarrow G$ $f : E \rightarrow F$ - (1)

• $g_1 = g_2 :$

$g \circ f_1 = g \circ f_2$ $f_1, f_2 : E \rightarrow F$ $g : F \rightarrow G$ - (2)

• $f_1 = f_2 :$

:14 •

$(g \circ f) \Rightarrow (g) \text{ و } (g \circ f) \Rightarrow (f)$

• $(g \circ f \quad f) \Rightarrow (g)$

• $(g \circ f \quad g) \Rightarrow (f)$

:15 •

$f \circ h \circ g$ $g \circ f \circ h$ $h \circ g \circ f$

• $h \quad g \quad f$

:16 •

$A_i = f^{-1}(\{i\}) : I \quad i$ $f : E \rightarrow I$

• $\bigcup_{i \in I} A_i = E \quad \forall (i, j) \in I^2 / i \neq j : A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \in I : A_i \neq \emptyset$

:17 •

$f : P(E) \rightarrow P(A) \times P(B)$

• $X \mapsto (A \cap X, B \cap X)$

• $(f) \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$ $(f) \Leftrightarrow A \cup B = E$ - (1)

• f^{-1} - (2)

:08 •

$\mathbb{N} \quad n \quad f(n) = 2n$ $\mathbb{N} \quad \mathbb{N} \quad g \quad f$

• $n \quad g(n) = \frac{n-1}{2}$ $n \quad g(n) = \frac{n}{2}$

• $g \quad f$ $g \quad f$

• $f \circ g$ $g \circ f$ $f \circ g$ $g \circ f$ - (1)

• $f \circ g$ $g \circ f$ - (2)

:09 •

$a^2 + bc \neq 0 \quad c \neq 0 :$ $c \quad b \quad a$

• $f : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{a}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{a}{c} \right\}$ f

• $x \mapsto \frac{ax+b}{cx-a}$

• f^{-1} f $f \circ f$ - (1)

• f^{-1} $f \circ f$ - (2)

:10 •

$\mathbb{Z} \quad \mathbb{N} \quad f$

• $n \quad f(n) = -\frac{n+1}{2}$ $n \quad f(n) = \frac{n}{2}$

• f^{-1} f

:11 •

$f \circ f \circ f = f : E \quad E \quad f$ E

• $f \circ f = id_E :$ f - (1)

• f^{-1}

$E \quad E \quad f$ $f \circ f = id_E :$ f - (2)

• f^{-1}

:12 •

$F \quad E \quad f \circ g \circ f$ $g : F \rightarrow E \quad f : E \rightarrow F$

• $g \quad f$

• $\bar{B} \quad \bar{A} \quad g \quad B \quad A \quad f$

• $h(x) = \begin{cases} f(x); x \in A \\ g(x); x \in \bar{A} \end{cases} : F \quad E \quad h$

• $(g \quad f \quad h) : - (1)$

• $h^{-1} \quad h \quad g \quad f : - (2)$

• $\theta : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \sqrt{x}; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x}; x < 0 \end{cases} \end{cases} : - (3)$

• θ^{-1}

• :22

• $P_-(A) = \{B \in P(E) / B \subseteq A\} \quad P_+(A) = \{B \in P(E) / A \subseteq B\}$

• $f : \begin{cases} P(E) \rightarrow P_-(A) \times P_+(A) \\ X \mapsto (A \cap X, A \cup X) \end{cases} :$

• f^{-1}

• :23

• $f : E \rightarrow F$

• $\psi : \begin{cases} P(F) \rightarrow P(E) \\ B \mapsto f^{-1}(B) \end{cases} \quad \varphi : \begin{cases} P(E) \rightarrow P(F) \\ A \mapsto f(A) \end{cases}$

• $\psi \quad \varphi \quad f : - (1)$

• $\psi \quad \varphi \quad f : - (2)$

• $\psi \quad \varphi \quad f : - (3)$

• $\psi^{-1} \quad \varphi^{-1} \quad \psi \circ \varphi \quad \varphi \circ \psi : - (4)$

• $\psi \quad \varphi$

• :18

• $f : \begin{cases} \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^* \\ n \mapsto E \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) \end{cases} :$

• $f \quad f(2) \quad f(1) : - (1)$

• $f \quad \forall m \in \mathbb{N}^*, \exists n \in \mathbb{N}^* / f(n) = m : - (2)$

• :19

• $f : \begin{cases} \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) \mapsto (x + y, xy) \end{cases} :$

• $f \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 : f(y, x) = f(x, y) : - (1)$

• $f : - (2)$

• $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 - 4y \geq 0\} \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \leq y\}$

• $f(A) = B : - (3)$

• $A \quad f \quad g : - (4)$

• $g^{-1} \quad B \quad A \quad g$

• :20

• $[a, b] \quad [a, b] \quad f \quad a < b \quad \mathbb{R} \quad b \quad a$

• $(1) : \forall (x, y) \in [a, b]^2 : |f(x) - f(y)| \geq |x - y|$

• $\begin{cases} f(a) = b \\ f(b) = a \end{cases} \quad \begin{cases} f(a) = a \\ f(b) = b \end{cases} : |f(b) - f(a)| = b - a : - (1)$

• $(1) : - (2)$

• :21

• $F \quad E \quad B \quad A \quad F \quad E$

• $\emptyset \subsetneq B \subsetneq F \quad \emptyset \subsetneq A \subsetneq E$

:24 •

$$\cdot \forall x \in \mathbb{R} : f \circ f \circ f (x) = 2x - 1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f \quad \text{-(1)}$$

$$\cdot f(1) = 1 :$$

$$: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f \quad \text{-(2)}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : \begin{cases} f \circ f (x) = 4x + 3 \\ f \circ f \circ f (x) = 8x + a \end{cases}$$

$$\cdot a$$

:25 •

$$: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f \quad \text{-(1)}$$

$$\cdot (1) : \forall x \in \mathbb{R} : 5f(x) + f(1-x) = x + 2$$

$$: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f \quad \text{-(2)}$$

$$\cdot (2) : \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 : f(x)f(y) = x + y + f(xy)$$

$$: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0, 1\} \quad f \quad \text{-(3)}$$

$$\cdot (3) : \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\} : f(x) + f\left(\frac{x-1}{x}\right) = x + 1$$

$$: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0, 1\} \quad f \quad \text{-(4)}$$

$$\cdot (4) : \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\} : f(x) + f\left(\frac{x-1}{x}\right) = \frac{1}{x} - x + 1$$

abouzakariya@yahoo.fr