المادة : الرياضيات	الدوال اللوغاريتمية	المستوى : الثانية ع.ت.ع.ح.أ
الأستاذ : علي الشريف	الجزء الأول	ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات

إن أعظم اكتشاف لجيلي،هو أن الإنسان يمكن أن يغير حياته ، إذا ما استطاع أن يغير اتجاهاته العقلية(وليام جيمس)

أ نشطة بنائية

☺نشاط بنائي 1 :

I) حدد الدوال الأصلية للدالة العددية f على المجال I في كل حالة من الحالات التالية :

1) $I=IR\ ;\ f(x)=x^3$. 2) $I=]0;+\infty[\ ;\ f(x)=\frac{1}{x^n}$ و $n\in IN^*-\{1\}$ .3) $I=IR;\ f(x)=2x(x^2-3)^{2007}$.

4) $I=IR\ ;\ f(x)=\frac{x^2+x}{(x^4+2x^2+5)^2}$.

II) لتكن F و G الدالتين العدديتين المعرفتين على IR بما يلي : $F(x)=\frac{2x-1}{x^2+1}$ و $G(x)=\frac{x^2+2x}{x^2+1}$.

1) تحقق من أن F و G دالتان أصليتان لنفس الدالة h على IR .

2) حدد الدالة الأصلية H للدالة h على IR التي تنعدم في 1

☺نشاط بنائي 2:

تحتوي الآلة الحاسبة العلمية على ملمسات نذكر منها :

$\cos\ ;\ \sin\ ;\ \tan\ ;\ x^2\ ;\ \sqrt{\ }\ ;\ \ln$.

وقد تعاملت مع بعضها في السنوات السابقة لتحديد قيم مقربة .

1) باستعمال ملمسة $\ln$ لحاسبة علمية , أعط قيمة مقربة لكل عدد من الأعداد التالية : $\ln 2$ و $\ln 3$ و $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$,

باتباع المراحل :

=	2	ln

من اليسار الى اليمين . تحصل على قيمة مقربة للعدد $\ln 2$.

1) أ – باستعمال محسبة علمية , (استعمل الملمسة $\ln$)

املأ الجدول التالي بعد نقله الى دفترك :

$\ln a-\ln b$	$\ln\left(\frac{a}{b}\right)$	$\ln a+\ln b$	$\ln(a\times b)$	$\ln b$	$\ln a$	b	a
						3	2
						4	5

ب) قارن قيم $\ln(a\times b)$ مع قيم $\ln a+\ln b$ و كذا قيم $\ln\left(\frac{a}{b}\right)$ مع قيم $\ln a-\ln b$.

☺نشاط بنائي 3:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ ب: $f(x)=\frac{1}{x}$.

1) لماذا تقبل f دالة أصلية على المجال $]0;+\infty[$ ؟

الدالة الأصلية للدالة $x\to\frac{1}{x}$ على $]0;+\infty[$ و التي تنعدم في 1 تسمى دالة اللوغاريتم النيبيري , و نرمز لها بالرمز $\ln$.

2) أ- بين أن الدالة $\ln$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$

3) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $F(x)=\ln(ax)-(\ln a+\ln x)$.

حيث a عدد حقيقي موجب قطعا .

بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$.

بين أن مشتقة الدالة $x\to\ln(ax)$ هي الدالة $x\to\frac{1}{x}$

واستنتج أن : $F'(x)=0\ ;\ (\forall x\in]0;+\infty[)$.

ج- أحسب $F(1)$ ثم استنتج أن : $F(x)=0\ ;(\forall x\in]0;+\infty[)$

د- استنتج أن : لكل a و b من $]0;+\infty[$ لدينا :

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

4) أ- بين أن : $\ln\left(\frac{1}{a}\right)=-\ln a\ ;(\forall a\in]0;+\infty[)$

ب- استنتج أن : لكل a و b من $]0;+\infty[\ ;\ \ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln a-\ln b$

ج- بين بالترجع أن: $\ln(a^n)=n\ln a\ ;\ (\forall n\in IN)$ حيث $a\succ 0$.

د- استنتج أن : $\ln(a^n)=n\ln a\ ;\ (\forall n\in Z^-)$ (يمكنك وضع $n=-m$).وأن : $\ln(a^{\frac{1}{n}})=\frac{1}{n}\ln a\ ;(\forall n\in IN^*)$;

(لاحظ أن : $(a^{\frac{1}{n}})=a$) .

ه – بين أن : $\ln(a^r)=r\ln a\ ;\ (\forall r\in Q)$.

☺نشاط بنائي 3:

1) أ- باستعمال محسبة علمية , (استعمل الملمسة $\ln$) .

املأ الجدول التالي بعد نقله الى دفترك :

x	17	189	500	10^{13}	10^{97}	10^{99}
$\ln x$						

ب- تظنن النهاية : $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x$.

2) أ- نقبل أن$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x\succ0}}\ln x$,ضع $X=\frac{1}{x}$)

ب- بين أن : $0\le\ln x\le2\sqrt{x}\ ;\ (\forall x\in]1;+\infty[)$.

(يمكنك دراسة تغيرات الدالة $x\to\ln x-2\sqrt{x}$) .

ج- استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ ثم أن : $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x\succ0}}x\ln x=0$.

3) بين أن : $\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln x}{x-1}=1$ ثم استنتج أن $\lim\limits_{h\to0}\frac{\ln(1+h)}{h}=1$

4) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم باستعمال نتيجتي 2) ج) .

بين أن : $\lim\limits_{x\to0^+}x^n\ln x=0$ وأن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

(ضع $X=x^n$) .

المستوى : الثانية ع.ت.ع.ح.أ	الدوال اللوغاريتمية	المادة : الرياضيات
ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات	الجزء الأول	الأستاذ : علي الشريف

إن أعظم اكتشاف لجيلي،هو أن الإنسان يمكن أن يغير حياته ، إذا ما استطاع أن يغير اتجاهاته العقلية(وليام جيمس)

تمارين تطبيقية

☺ التمرين التطبيقي رقم 1:

بسط التعابير التالية :

(1 $\ln\sqrt{3}+\ln 6-\ln 9$, (2 $\ln 8+\ln\sqrt[3]{2}-\ln 16$.

(3 $\ln\frac{1}{3}+\ln\frac{3}{5}+\ln\frac{5}{7}+\ln\frac{7}{9}$, (4 $\ln\frac{35}{12}+\ln\frac{6}{7}+\ln\frac{4}{5}$

☺ التمرين التطبيقي رقم 2:

بسط التعابير التالية :

(1 $\ln(\sqrt{2}+1)^{2007}+\ln(\sqrt{2}-1)^{2007}$.

(2 $\ln^2(2-\sqrt{3})-\ln^2(2+\sqrt{3})$.

(3 $\ln\sqrt{e}-3\ln(e^2)+\ln(2e)+\ln\left(\frac{1}{e}\right)$.

(4 $2\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)-\ln\left(\frac{e}{2}\right)+\ln\sqrt[3]{e}$.

☺ التمرين التطبيقي رقم 3:

a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا . أكتب بدلالة $\ln a$ و $\ln b$ ما يلي :

(1 $\frac{1}{3}\ln(a^2\sqrt{b})$, (2 $\ln\left(\frac{a^5}{b^3}\right)$, (3 $\ln\left(\frac{a}{b}\right)-\ln\left(\frac{\sqrt{a}}{b}\right)$

(4 $\ln\left(\sqrt[3]{\frac{a}{b}}\right)+\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2$.

☺ التمرين التطبيقي رقم 4:

حدد مجموعة تعريف كل دالة من الدوال التالية :

(1 $x\to\ln(2x)$, (2 $x\to\ln(-x)$, (3 $x\to\ln(1+x)$

(4 $x\to\ln(1-|x|)$, (5 $x\to\ln(|x|-3)$, (6 $x\to\frac{1}{\ln x}$

(7 $x\to\frac{1}{x}\ln(x+2)$, (8 $x\to\frac{1}{1-\ln x}$, (9 $x\to\frac{\ln(2x-1)}{\ln(x+1)}$

(10 $x\to\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)$, (11 $x\to\ln((1+3x)(x+2))$

(12 $x\to\ln(1+3x)+\ln(x+2)$

☺ التمرين التطبيقي رقم 5:

حل في IR المعادلات التالية :

(1 $\ln x=1$, (2 $\ln\left(\frac{x}{2}\right)=\ln 5$, (3 $\ln x=3$.

(4 $\ln x=-2$, (5 $x\ln x=0$, (5 $\ln(3x)=\ln(x-1)$

(6 $\ln(x-2)=2\ln 3+\ln\left(\frac{1}{5}\right)$.

(7 $\ln(x^2+x-2)=\ln(4)$.

(8 $2\ln(x-3)-\ln(x+3)=0$.

(9 $\ln(x-3)^2-\ln(x+3)=0$.

(10 $\ln\sqrt[3]{2x-1}-\frac{1}{3}\ln(x+5)=0$

☺ التمرين التطبيقي رقم 6:

حل في IR المعادلات التالية :

(1 $3\ln^2(x)-5\ln(x)-2=0$.

(2 $\ln^2(x)-2\sqrt{2}\ln(x)+2=0$.

(3 $-2\ln^2(x)-3\ln(x)+5=0$.

(4 $\ln^2(x^2-1)-\ln(x^2-1)-2=0$.

(5 $\ln^4(x)-\ln^2(x)-2=0$.

☺ التمرين التطبيقي رقم 7:

حل في IR^2 النظمتين التاليتين :

(1 $\begin{cases}x+y=5\\ \ln x+\ln y=\ln 6\end{cases}$, (2 $\begin{cases}2\ln x+\ln y=1\\ 5\ln x+3\ln y=4\end{cases}$.

☺ التمرين التطبيقي رقم 8:

حل في IR^2 النظمتين التاليتين :

(1 $\begin{cases}\ln x+\ln y=3\\ \dfrac{\ln x}{\ln y}=2\end{cases}$, (2 $\begin{cases}\ln(x)\ln y(y)=-15\\ \ln(xy)=-2\end{cases}$.

☺ التمرين التطبيقي رقم 9:

حل في IR المتراجحات التالية :

(1 $\ln x<2\ln 3$, (2 $1-\ln x\geq 0$.

(3 $5+3\ln x\leq 0$, (4 $3+5\ln(2x)>0$.

☺ التمرين التطبيقي رقم 10:

حل في IR المتراجحات التالية :

(1 $\ln(x+2)-\ln(-3x+1)<0$.

(2 $\ln(3x-2)\geq -3\ln 2$.

(3 $\ln(x-1)+\ln(x+1)\leq 2-\ln 3$.

(4 $\ln(x-1)+\ln(x-4)>\ln(x+4)$.

(5 $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\geq 0$, (6 $\ln\left(\frac{2x-1}{x-3}\right)<1$

(7 $\frac{\ln x-1}{\ln x+1}\geq 0$, (8 $\ln(x^2+2x+2)>0$

cherifalix@yahoo.fr

المستوى : الثانية ع.ت.ع.ح.أ	الدوال اللوغاريتمية	المادة : الرياضيات
ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات	الجزء الأول	الأستاذ : علي الشريف

إن أعظم اكتشاف لجيلي،هو أن الإنسان يمكن أن يغير حياته ، إذا ما استطاع أن يغير اتجاهاته العقلية(وليام جيمس)

☺ **التمرين التطبيقي رقم 11:**

حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

1) $f(x)=\frac{1}{2-\ln x}$, 2) $f(x)=\ln(x-1)^2$

3) $f(x)=\sqrt{\ln(x^2-1)}$ 4) $f(x)=\frac{1}{\ln(x^2+2x-3)}$

5) $f(x)=\ln(\frac{x+1}{x-2})$, 6) $f(x)=\frac{\ln x}{1+\ln x}$

7) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+\ln x}}$, 8) $f(x)=\sqrt{\ln(x^2+1)}$

9) $f(x)=\ln(1-\sqrt{x^2-1})$ 10) $f(x)=\frac{\ln(x+2)}{1-\ln x}$

☺ **التمرين التطبيقي رقم 12:**

أحسب ' f في كل حالة ثم حدد إشارتها على حيز تعريفها:

1) $f(x)=x-1+6(\ln(x+1)-\ln x)$

2) $f(x)=-x^2+5x-5\ln(x+1)$

3) $f(x)=1-\ln x-x^2$, 4) $f(x)=\ln(\frac{x+4}{2-x})$

5) $f(x)=\ln(\frac{1+x}{1-x})$, 6) $f(x)=\frac{1+\ln x}{1-\ln x}$

7) $f(x)=\ln(\frac{x^2+x+1}{x^2+1})$,8) $f(x)=-x+\ln(\frac{x+1}{x})$

9) $f(x)=\ln(\frac{x-1}{x+1})$, 10) $f(x)=\ln x+\frac{3}{x}$

☺ **التمرين التطبيقي رقم 13:**

أحسب النهايات التالية:

1) $\lim_{x\to+\infty}(x+2).\ln(x)$, 2) $\lim_{x\to+\infty}\frac{3\ln(x)+1}{x}$

3) $\lim_{x\to-\infty}x^2+2\ln(-x)$, 4) $\lim_{x\to+\infty}\frac{2\ln(x)+5}{x^2}$

5) $\lim_{x\to0^+}(2x+\ln(x))$, 6) $\lim_{x\to0^+}(1+x^2+3x.\ln(x))$

7) $\lim_{x\to0^+}(2x-x^3.\ln(x))$, 8) $\lim_{x\to0^+}(\frac{1}{x}-\ln(x))$

9) $\lim_{x\to0^+}(\frac{1}{x}-\ln(x))$, 10) $\lim_{x\to+\infty}(x^4-\ln(x))$

11) $\lim_{x\to0^+}(\frac{1}{x^7}+\ln(x))$, 12) $\lim_{x\to0}\frac{\ln(x+1)}{x^3}$

13) $\lim_{x\to1}\frac{\ln(x)}{x^2-x}$, 14) $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+3x)}{x}$

15) $\lim_{x\to2}\frac{\ln(\frac{x}{2})}{x-2}$, 16) $\lim_{x\to e}\frac{\ln(x)-1}{x-e}$

17) $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+x)-\ln(1-x)}{x}$,18) $\lim_{x\to2^-}\ln(2-x)$

19) $\lim_{x\to+\infty}(\ln^2(x)-\ln(x))$,20) $\lim_{x\to0^+}(x^3-x).\ln(x)$

21) $\lim_{x\to+\infty}\frac{1+2x+\ln(x)}{x}$, 22) $\lim_{x\to+\infty}(x-1).\frac{\ln(x)}{x}$

23) $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+3+\ln(x+1)}{x+1}$,24) $\lim_{x\to2^-}\ln\left(\frac{x+1}{-x+2}\right)$

25) $\lim_{x\to1^+}(x^2-1).\ln(x-1)$.

تمارين داعمة

☹ **التمرين رقم 1 :**

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$g(x)=1-x^2-x^2.\ln(x)$$

1) أ درس تغيرات الدالة g (منحى التغيرات و النهايات) ثم ضع جدول التغيرات .

2) أحسب $g(1)$ ثم آ ستنتج حل المعادلة $g(x)=0$

3) آ ستنتج إشارة $g(x)$ على $]0;1[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x)=\sqrt{1-x^2}.\ln(x)$$

1) أ - حدد D_f حيز تعريف الدالة f .

ب - أحسب : $\lim_{x\to0^+}f(x)$ ثم أول النتيجة هند سيا .

2) أ - بين أ ن f قابلة للإشتقاق على اليسار في $x_0=1$.

ب - أحسب $f'(x)$ ثم أ درس تغيرات f .

ج – أ نشئ C_f .

☹ **التمرين رقم 2:**

f دالة معرفة على $[0,+\infty[$ ب : $\begin{cases} f(x)=x^2\sqrt{|\ln(x)|} \\ f(0)=0 \end{cases}$

1)- أحسب النهايات التالية : $\lim_{x\to0^+}f(x)$ و $\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$

ثم أول هندسيا النتائج المحصل عليها .

2)- أدرس قابلية إشتقاق f عند $x_0=1$.

3)- أحسب $f'(x)$ على كل مجال من المجالين $]0,1[$ و $]1,+\infty[$ ، ثم أدرس إشارتها ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $[0;+\infty[$.

4)- أنشيء (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

المستوى : الثانية ع.ت.ع.ح.أ	الدوال اللوغاريتمية	المادة : الرياضيات
ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات	الجزء الأول	الأستاذ : علي الشريف

إن أعظم اكتشاف لجيلي،هو أن الإنسان يمكن أن يغير حياته ، إذا ما استطاع أن يغير اتجاهاته العقلية(وليام جيمس)

☹ **التمرين رقم 3:**

نعتبر الدالة العددية h معرفة بما يلي: $h(x)=x-\ln(|x|)$

1)- حدد D_h ثم أحسب $\lim\limits_{x\to0}h(x)$ و اعط تأويلا لها .

2)- أدرس الفرعين اللانهائيين ل (C_k) عند $+\infty$ و $-\infty$.

3)- أ- أحسب $h'(x)$ لكل x من IR^* ، ثم أنشيء جدول تغيرات الدالة h .

ب- حدد معادلة المماس (Δ) ل (C_h) عند $x_0=-1$.

4)- بين أن (C_h) يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة أفصولها α ينتمي إلى المجال $\left]-1;-\frac{1}{2}\right[$.

5)- أدرس تحذب و تقعر (C_h) على $(O;\vec{i};\vec{j})$.

5)- أنشيء (C_h) في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

☹ **التمرين رقم 4:**

I) - نعتبر الداالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$g(x)=2x^2+1-\ln(x)$$

1) أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to0^+}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

2) لتكن g' الدالة المشتقة للدالة g.

أ – أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0;+\infty[$.

ب - ضع جدول تغيرات الدالة g .

ج - آستنتج أ ن لكل x من $]0;+\infty[$: $g(x)>0$.

II) - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي

$$f(x)=2x-2+\frac{\ln(x)}{x}$$

(ζ_f) منحنى للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) حدد مقاربي المنحنى (ζ_f).

3) لتكن f' الدالة المشتقة للدالة f .

بين أ ن لكل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{1}{x^2}.g(x)$

4) ضع جدول تغيرات الدالة f .

5) لتكن f'' الدالة الثانية المشتقة للدالة f .

أ – أحسب f'' لكل x من $]0;+\infty[$.

ب - حدد نقطة آ نعطاف المنحنى (ζ_f).

6) أ نشئ (ζ_f) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. نأخذ :

$\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$ و $e^{\frac{3}{2}}\approx4.5$ و $f\left(e^{\frac{3}{2}}\right)\approx7.3$.

☹ **التمرين رقم 5:**

f المعرفة ب : $f(x)=\frac{x}{x+1}-\ln\left(\frac{x+1}{2}\right)$

و (ζ_f) المنحنى الممثل في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)- أ- حدد D_f حيز تعريف f ثم أحسب نهايات عند محدات D_f.

ب - بين أن : f متصلة و قابلة للإشتقاق على D_f .

2)- أ - أحسب $f'(x)$.

ب - أدرس إشارة $f'(x)$ ثم أعط جدول تغيرات f .

ج - تحقق أن النقطة $A\left(1;\frac{1}{2}\right)$ نقطة آنعطاف ل (ζ_f) ثم أعط معادلة المماس ل (ζ_f) في النقطة A . 3)- أ - أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (ζ_f) بجوار $+\infty$.

ب - أنشئ (ζ_f) .

☹ **التمرين رقم 6:**

نعتبر الدالة f : $f(x)=x+1+\frac{3}{2x}+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$

1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f.

2) بين أنه يمكن الإكتفاء بدراسة f على $D=]0;1[\cup]1;+\infty[$.

3) حدد نهايات الدالة عند محدات D.

4) أدرس تغيرات الدالة f.

5) أدرس الفروع اللآنهائية للمنحنى (C_f) .

6) أنشىء المنحنى (C_f) في م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$ على D .

☹ **التمرين رقم 7:**

نعتبر الدالة f المعرفة ب : $f(x)=x\ln(\sqrt{x}-1)^2$

1) حدد D_f ثم حدد نهايات f عند محدات D_f .

2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في $x_0=0$.

3) أ- أحسب $f'(x)$ لكل x من D_f.

ب- حدد إشارة $f'(x)$ على $]0;1[$.

4) g معرفة على $]0;+\infty[$ ب: $g(t)=\ln(t^2)+\frac{1}{t}+1$

أ- أعط جدول تغيرات الدالة g وحدد إشارتها.

ب- بين أن لكل x من $]1;+\infty[$: $f'(x)=g(\sqrt{x}-1)$

ج- أ عط جدول تغيرات الدالة f.

5) بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف أفصولها أكبر قطعا من 1.

6) أ- أدرس الفروع اللآنهائية للمنحنى (C_f).

ب- حدد معادلة ا لمماس (C_f) عند $x_0=4$.

7) أنشىء المنحنى (C_f) في م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$.

cherifalix@yahoo.fr

المادة : الرياضيات	الدوال اللوغاريتمية	المستوى : الثانية ع.ت.ع.ح.أ
الأستاذ : علي الشريف	الجزء الأول	ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات

إن أعظم اكتشاف لجيلي،هو أن الإنسان يمكن أن يغير حياته ، إذا ما استطاع أن يغير اتجاهاته العقلية(وليام جيمس)

السنة الدراسية 2008/2007