

أنشطة بنائية

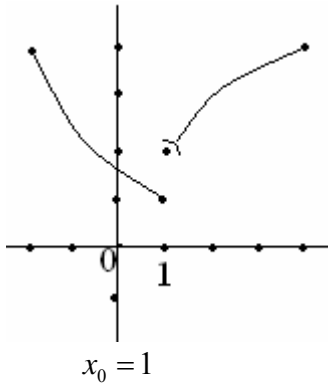
⊙ نشاط بنائي رقم 1 :

نقول إن f دالة متصلة في نقطة x_0 إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ إذا كان f دالة متصلة في نقطة x_0 إذا كانت الدالة f متصلة في x_0 في كل حالة .

$$x_0 = 1, \quad \begin{cases} f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}; & x \neq 1 \\ f(1) = 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$x_0 = 0, \quad \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}; & x \neq 0 \\ f(0) = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (2)$$

(3) أدرس اتصال الدالة في النقطة $x_0 = 1$



⊙ نشاط بنائي رقم 2 :

نقول إن f دالة متصلة يمين x_0 إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$

نقول إن f دالة متصلة يسار x_0 إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$

(1) لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :
 $f(x) = x - 1; x \geq 1$
 $f(x) = (x - 1)^2; x < 1$

أدرس اتصال الدالة f على اليمين و على اليسار في النقطة 1 .
 (2) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x - x^2; & x < 1 \\ f(x) = x - 1 - \sqrt{x^2 - 1}; & x \geq 1 \end{cases}$$

(3) لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1 + \sin(x)} - 1}{x}; & x < 0 \\ f(x) = \sqrt{1 + x} - \frac{1}{2}; & x \geq 0 \end{cases}$$

أدرس اتصال الدالة في $x_0 = 0$.

أنشطة تذكيرية

⊙ نشاط تذكيري رقم 1 :

(1) أ حسب النهايات الآتية :

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x+3}{x-5}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x-2}, \quad \lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x + 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(x) - x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 9}$$

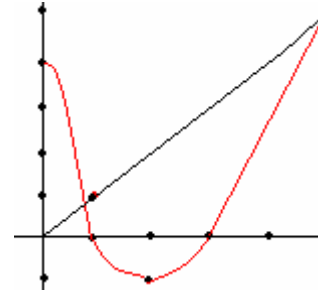
(2) نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين على \mathbb{R} بما يلي :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x|x^2 - 1|}{x-1}; & x \neq 1 \\ g(1) = 2 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} f(x) = \frac{-3}{x}; & x \geq 1 \\ f(x) = -3x; & x < 1 \end{cases}$$

أدرس نهاية كل من الدالتين f و g في $x_0 = 1$.

⊙ نشاط تذكيري رقم 2 :

في الشكل جانبه لدينا , مستقيم معادلته $y = x$ و منحنى دالة f



(1) حل ميانيا المتراجحة : $f(x) \leq 0$

(2) حل ميانيا المتراجحة : $f(x) \geq x$

(3) أ - نفترض أن f دالة زوجية, أنقل الشكل في دفترك ثم أتممه

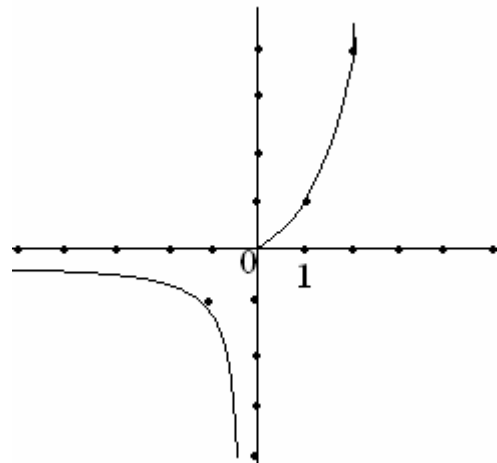
ب) أستنتج جدول تغيرات الدالة f .

⊙ نشاط تذكيري رقم 3 :

يمثل المنحنى جانبه دالة عددية معرفة على \mathbb{R}

حدد ميانيا صور المجالات التالية بالدالة g :

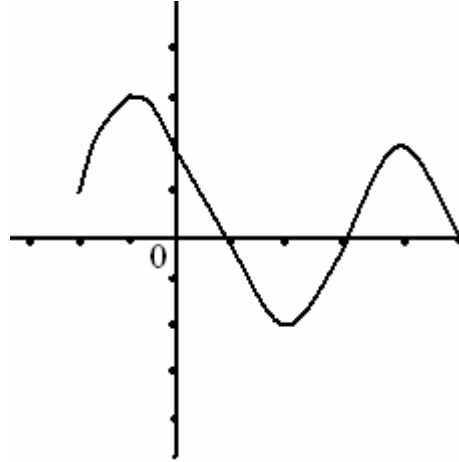
$$I_4 = [1, +\infty[, \quad I_3 = [-1, 2], \quad I_2 = [-1, 0[, \quad I_1 = [0, 2]$$



:	:	:
---	---	---

⊗ نشاط بنائي رقم 3:

الشكل التالي يمثل منحنى دالة عددية f معرفة على المجال $[-2;5]$



(1) أ - إملأ الجدول التالي اعتمادا على الشكل أعلاه

المجال	رتابة الدالة	صورة المجال I	القيمة الدنيا على I	القيمة القصوى على I
$[-2; -1]$				
$[-1; 2]$				
$[2; 4]$				
$[4; 5]$				

⊗ تمرين تطبيقي رقم 3:

أ درس اتصال الدالة f على المجال I في كل حالة :

$$\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{x-2} ; x \geq 2 \\ f(x) = \frac{3}{3-x} ; x < 2 \end{cases} ; I = IR \quad (1)$$

$$\begin{cases} f(x) = x \cdot \sin\left(\frac{2}{x}\right) ; (x \neq 0) \\ f(0) = 0 \end{cases} ; I = IR \quad (2)$$

$$f(x) = \cos(4x^2 + 3x - 1) ; I = IR \quad (3)$$

⊗ تمرين تطبيقي رقم 4:

حدد صورة المجال I بالدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

$$f(x) = x + 1 ; I = [-1; 3] \quad (1)$$

$$f(x) = x^2 + 1 ; I = [-1; 2] \quad (2)$$

$$\begin{cases} f(x) = 2x - 3 ; x < 2 \\ f(x) = x^2 - 3 ; x \geq 2 \end{cases} ; I = [-\infty; 4] \quad (3)$$

⊗ تمرين تطبيقي رقم 5:

بين أن المعادلات التالية تقبل حلا على الأقل في المجال I :

$$(E): x^3 - 3x^2 + 15x - 7 = 0 ; I = IR \quad (1)$$

$$(E): 1 + \sin(x) - x^2 = 0 ; I = IR \quad (2)$$

$$(E): x^4 + 2x - 3 = 0 ; I = \left[\frac{1}{2}; \sqrt{2}\right] \quad (3)$$

⊗ تمرين تطبيقي رقم 6:

بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية معرفة من مجال J يتم تحديده

نحو المجال I في كل حالة من الحالات التالية :

$$f(x) = 2x + 3 ; I = IR \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1} ; I =]1; +\infty[\quad (2)$$

$$f(x) = 2\sqrt{x} - x ; I =]0; 1[\quad (3)$$

⊗ تمرين تطبيقي رقم 7:

(I) بسط الأعداد التالية :

$$A = \frac{\sqrt[3]{1024} \cdot \sqrt[5]{3200000}}{\sqrt[4]{64} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{256}} \cdot \sqrt{18}}, \quad B = \frac{\sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{9}}{\sqrt[5]{81} \cdot \sqrt{\sqrt{3}}}$$

$$C = \frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{8} \left(\sqrt[5]{\sqrt{2}}\right)^2}{\sqrt[3]{4}}$$

⊗ تمرين تطبيقي رقم 1:

نعتبر الدالة المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = 2x^2 - 3x ; x < -1 \\ f(x) = x^2 + 4 ; -1 \leq x < 1 \\ f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + 2 ; x \geq 1 \end{cases}$$

أدرس اتصال الدالة في 1 وفي -1 ثم في 0 .

⊗ تمرين تطبيقي رقم 2:

نعتبر الدالة المعرفة على IR بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{x-2} ; x \geq 2 \\ f(x) = \frac{3}{3-x} ; x < 2 \end{cases}$$

أدرس اتصال الدالة f على IR

--	--	--

تمرين تطبيقي رقم 8:

حدد مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة :

$$f(x) = \frac{2+x^3}{2-\sqrt[3]{x}}, f(x) = \sqrt[4]{1-\frac{1}{x}}, f(x) = \sqrt[3]{x^2+2x-3}$$

تمرين تطبيقي رقم 9:

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{4x+1}}{\sqrt[6]{x+1} + \sqrt{x+1}} = \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\sqrt[3]{(x+1)^2 + x^2 + x}}{x+1} = \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x+1} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}} \cdot \sqrt[12]{x} = \quad (3)$$

تمارين للتقوية

تمرين رقم 1:

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}, x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

1- حدد مجموعة تعريف الدالة f .

2- بين أن الدالة f متصلة في 0 .

تمرين رقم 2:

لتكن f الدالة المعرفة على IR^+ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1-\sqrt[3]{x}}{x-1}, x \in [0,1[\cup]1,+\infty[\\ f(1) = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

بين أن الدالة متصلة على IR^+ .

تمرين رقم 3:

نضع : $(\forall x \in]1,+\infty[); f(x) = \frac{1-\sqrt{x^3} + \sqrt{x}}{x-1}$

(1) تحقق من أن : $f(x) = -\sqrt{x} + \frac{1}{x-1}$

(2) بين أن المعادلة : $\frac{1}{x-1} = \sqrt{x}$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1;2[$.

(3) بين أن : $\alpha^2(\alpha-2) = 1-\alpha$.

تمرين رقم 4:

لتكن f دالة متصلة على IR , a و b عددين حقيقيين من

المجال $]0;1[$ بحيث $f(a) = 0$ و $f(b) = 1$

أ) نعتبر الدالة g المعرفة على IR بما يلي :

$$g(x) = f(x) - x$$

بين أن : $g(a) < 0$ و $g(b) > 0$.

ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا على الأقل في المجال $]0;1[$.

تمرين رقم 5:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :

$$f(x) = x + \sqrt{x+3}$$

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

(2) بين أن الدالة f متصلة ورتيبة قطعاً على D_f .

(3) استنتج أن الدالة f تقبل دالة عكسية معرفة من مجال يتم تحديده .

(4) أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

(5) بين أن المعادلة $f^{-1}(x) = f(x)$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[-3;+\infty[$.

تمرين رقم 6:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = \frac{2x^3}{x^3-1}$$

(1) أ- تحقق من أن :

$$\forall x \in]1;+\infty[; f(x) = 2 + \frac{2}{x^3-1}$$

ب) بين أن f تناقصية قطعاً على $]1;+\infty[$.

ج) بين أن f تقبل دالة عكسية معرفة من مجال J يجب تحديده نحو المجال $]1;+\infty[$.

(2) أ) أعط جدول تغيرات الدالة العكسية f^{-1} .

ب) أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

تمرين رقم 7:

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2+x}$$

(1) أ- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

ب) أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x)-x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

ج) بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا على الأقل في $[1;2]$

(2) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I =]-\infty;-1]$

أ) بين أن لكل a و b من I : $a < b \Rightarrow g(a) > g(b)$

ب) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة من مجال J يجب

تحديده نحو المجال I

ج) أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من J

·	:	:
---	---	---

السنة الدراسية 2008/2007