المستوى : الثانية علوم تجريبية	تمارين و أنشطة درس :الأعداد العقدية	المادة : الرياضيات
ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات	الجزء الأول	الأستاذ : علي الشريف

افعل الشيء الصحيح فإن ذلك سوف يجعل البعض ممتناً بينما يندهش الباقون (مارك توين)

أنشطة تذكيرية

☹ **نشاط تذكيري رقم 1 :** (الهندسة التحليلية في المستوى)

نعتبر النقط : $A(2;0)$ و $B(-3;0)$ و $C(-1;2)$.

1) حدد زوج احداثيتي النقطة I منتصف القطعة $[BC]$.

2) حدد زوج احداثيتي كل من المتجهتين : $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ و $2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$. و أحسب AB و BC .

3) حدد طبيعة ثم معادلة ديكارتية لكل من المجموعتين التاليتين :

أ- $E_1=\{M(x;y)\in(P)/MA=MB\}$.

ب- $E_2=\{M(x;y)\in(P)/MC=AB\}$.

☹ **نشاط تذكيري رقم 2 :** (الحساب المثلثي)

لتكن (φ) الدائرة المثلثية المرتبطة بالمعلم $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A و B و C و D من الدائرة (φ) ذات الأفاصيل المنحنية $\frac{\pi}{3}$ و $-\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{6}$ و $\frac{\pi}{2}$ على التوالي .

1) مثل النقط A و B و C و D .

2) حدد زوج احداثيتي كل من النقط A و B و C و D .

3) حدد قياسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$.

4) ليكن α عددا حقيقيا ينتمي الى المجال $]-\pi;\pi]$.

حدد قيمة α التي من أجلها يكون لدينا :

$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin\alpha=-\frac{1}{2}$.

☹ **نشاط تذكيري رقم 3 :** (مجموعات النقط من المستوى)

1) حدد معادلة ديكارتية للدائرة (φ) في الحالتين التاليتين :

أ- مركزها O وشعاعها 4 .

ب- $[AB]$ قطر لها بحيث : $A(1;-3)$ و $B(3;5)$.

2) حدد ومثل مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوى (P) , في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $x^2+y^2-4x+2y-5=0$

ب- $x-2=0$

ج- $x^2-y^2=0$

د- $y=4$

أنشطة بنائية

☹ **نشاط بنائي رقم1 :** (التحسيس بالأعداد العقدية)

نعتبر المعادلة : $(E):x^3-15x-4=0$

1) بين أن المعادلة (E) تقبل حلا حقيقيا .

2) تحقق من أنه اذا كان u و v عددين يحققان $u^3+v^3=4$ و $u.v=5$ فان $u+v$ حل للمعادلة (E) .

3) ليكن u و v العددين اللذين يحققان : $u^3+v^3=4$ و $uv=5$.

أ- بين أن u^3 و v^3 هما حلا المعدلة :

$$(E):x^2-4x+125=0$$

ب- تحقق من أن : $x^2-4x+125=(x-2)^2+121$

لحل المعادلة (E) استعمل العالم الرياضي الايطالي بومبيللي BOMBELLI العددين التخيليين $\sqrt{-1}$ و $-\sqrt{-1}$ اللذين رمز لهما فيما بعد العالم السويسري أولير Euler بالرمزين i و $-i$ على التوالي حيث $i^2=-1$.

المعادلة : $(E):x^3-15x-4=0$ تسمى معادلة بومبيللي .

ج- باستعمال الرمز i وبتطبيق نفس خاصيات عمليتي الجمع و الضرب في IR , بين أن حلي المعادلة (E_1) هما :

$2+11i$ و $2-11i$.

د- بتعويض i^2 بالعدد -1 و باستمال جميع قواعد الحساب في IR تحقق من أن :

$(2+i)^3=2+11i$ و $(2+i)^3=2-11i$.

ه – بوضع $u=2+i$ و $v=2-i$ بين أن $u+v$ حل للمعادلة (E) .

و هكذا عن طريق أعدادتخيلية استطاع بومبيللي تحديد حل حقيقي للمعادلة (E) .

☹ **نشاط بنائي رقم2 :** (التمثيل الهندسي لعدد عقدي)

المستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A و B و C و D الممثلة في الشكل جانبه :

1) نربط كل نقطة $M(x;y)$ من المستوى باالعدد العقدي $z_M=x+iy$.

حدد الأعداد العقدية z_A و z_B و z_C و z_D المرتبطة على التوالي بالنقط A و B و C و D .

2) حدد زوج احداثيتي كل نقطة من النقط المرتبطة بالأعداد العقدية التالية :

$z_1=-3$ و $z_2=-1+2i$ و $z_3=-4+i$ .3

3) بما أن $\overrightarrow{OM}$ و M لهما نفس الاحداثيات , فانه يمكن ربط المتجهة $\overrightarrow{OM}$ بالعدد العقدي z_M .

أ- حدد زوج احداثيتي النقطة N التي تحقق :

$\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{AB}$ ثم استنتج z_N .

ب- تحقق من أن : $z_N=z_B-z_A$

(العدد z_B-z_A يسمى لحق المتجهة $\overrightarrow{AB}$).

☹ **نشاط بنائي رقم3:** (العمليات في C)

نعتبر العددين العقديين التاليين :

$z_1=1+3i$ و $z_2=2-i$.

1) أ- أكتب على الشكل الجبري الأعداد العقدية التالية :

z_1+z_2 و $2z_2$ و $z_1\times z_2$

ب- أحسب الجداء $(1+3i)\times(1-3i)$ ثم استنتج الشكل

المستوى : الثانية علوم تجريبية	تمارين و أنشطة درس :الأعداد العقدية	المادة : الرياضيات
ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات	الجزء الأول	الأستاذ : علي الشريف

افعل الشيء الصحيح فإن ذلك سوف يجعل البعض ممتناً بينما يندهش الباقون (مارك توين)

الجبري للعدد العقدي $\frac{1}{1+3i}$.

2) نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و S ذات الألحاق على التوالي z_1 و z_2 و z_1+z_2 .

أ- مثل النقط A و B و S .

ب- بين أن : $\overrightarrow{OS}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$, ما طبيعة الرباعي $OASB$ ؟

ج- حدد $z_1^{'}$ لحق النقطة A' مماثلة النقطة A بالنسبة للنقطة O , ثم استنتج أن : $z_1^{'}=-z_1$

3) لتكن $B^{'}$ صورة النقطة B بالتحاكي h الذي مركزه O و نسبته 2 . حدد لحق النقطة $B^{'}$ ثم مثلها .

☹ **نشاط بنائي رقم4:** (مرافق عدد عقدي)

1) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{u};\vec{v})$, النقطة A ذات اللحق $z=5+2i$.

أ- مثل النقطة A .

ب- لتكن A' مماثلة النقطة A بالنسبة لمحور الأفاصيل .

- مثل النقطة A' .
- استنتج لحق النقطة A' .

2) ليكن $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$ عددين عقديين حيث : x و y و x' و y' أعداد حقيقية .

أ- تحقق من أن : $z+\bar{z}=2x$ و $z-\bar{z}=2iy$ و $\bar{\bar{z}}=z$.

ب- بين أن : $\overline{z+z'}=\bar{z}+\bar{z'}$ و $\overline{z\times z'}=\bar{z}\times\bar{z'}$.

نفترض في كل ما يلي أن : $z\neq 0$.

ج- بين أن : $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)}=\frac{1}{\bar{z}}$ و $\overline{\left(\frac{z'}{z}\right)}=\frac{\bar{z'}}{\bar{z}}$ (لاحظ أن : $1=z\times\frac{1}{z}$ و $\frac{z'}{z}=z'\times\frac{1}{z}$) .

د- باستعمال الاستدلال بالترجع , بين أن :

$(\forall n\in IN)\ ;\ \overline{(z^n)}=\left(\bar{z}\right)^n$.

ثم استنتج أن : $\overline{(z^n)}=\left(\bar{z}\right)^n\quad(\forall n\in ZI)$.

☹ **نشاط بنائي رقم5:** (معيار عدد عقدي)

نعتبر في المستوى العقدي , النقطة M ذات اللحق z حيث : $z=x+iy$ مع x و y عددان حقيقيان .

1) أ- أحسب المسافة OM بدلالة x و y .

ب- أحسب $\overline{zz'}$ بدلالة x و y ثم استنتج أن $OM=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{z\bar{z}}$.

2) لتكن النقطة M' مماثلة النقطة M بالنسبة لمحور الأفاصيل , و M'' مماثلة النقطة M بالنسبة للنقطة O .

أ- حدد لحق كل من النقطتين M' و M'' .

ب- تحقق من أن : $OM=OM'=OM''$ ثم استنتج : $|z|=|\bar{z}|=|-z|$.

3) نعتبر النقطتين A و B ذات اللحقين $z_A=2+i$ و $z_B=-1+5i$ على التوالي .

أ- تحقق من أن : $AB=5$.

ب- أحسب $|z_B-z_A|$ ثم استنتج أن : $AB=|z_B-z_A|$.

4) ليكن z و z' عددين عقديين .

أ- تحقق من أن $|zz'|^2=(z\bar{z})\times(z'\bar{z'})$

ثم استنتج أن : $|z\times z'|=|z|\times|z'|$

ب – نفترض أ ن z غير منعدم .

آ ستنتج أ ن : $\left|\frac{z'}{z}\right|=\frac{|z'|}{|z|}$ و $\left|\frac{1}{z}\right|=\frac{|1|}{|z|}$.

ج – بين أ ن : $(\forall n\in IN^*):|z^n|=|z|^n$.

☹ **نشاط بنائي رقم6:** (العمدة و الشكل المثلثي)

في المستوى العقدي (P) , نعتبر الدائرة المثلثية (C) المرتبطة بالمعلم $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1) لتكن A النقطة ذات اللحق : $z_A=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

أ- تحقق من أن : $A\in(C)$.

ب- بين أن : $\left(\vec{u};\overrightarrow{OA}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

ج- تحقق من أن : $z_A=\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\quad(1)$.

2) لتكن B النقطة ذات اللحق : $z_B=\sqrt{3}+3i$.

أ- تحقق من أن : $z_B=|z_B|.z_A$.

ب- استنتج أن : $z_B=2\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)\quad(2)$

☹ **نشاط بنائي رقم7:** (العمليات على العمدة)

المستوى العقدي منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر العددين العقديين التاليين : $z_1=-1+i\sqrt{3}$ و $z_2=\sqrt{3}+i$.

1) تحقق من أن $\arg(z_1)\equiv\frac{2\pi}{3}[2\pi]$ و $\arg(z_2)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$.

2) أكتب الجداء $z_1\times z_2$ على الشكل الجبري ثم استنتج شكلا مثلثيا للعدد $z_1\times z_2$.

3) نعتبر النقط $M_1(z_1)$ و $M_2(z_2)$ و $P(z_1\times z_2)$.

أ-مثل النقط M_1 و M_2 و P .

ب- تحقق من أن :

$\left(\vec{u};\overrightarrow{OP}\right)\equiv\left(\vec{u};\overrightarrow{OM_1}\right)+\left(\vec{u};\overrightarrow{OM_2}\right)[2\pi]$.

cherifalix@yahoo.fr

المادة : الرياضيات الأستاذ : علي الشريف	تمارين و أنشطة درس :الأعداد العقدية الجزء الأول	المستوى : الثانية علوم تجريبية ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات

افعل الشيء الصحيح فإن ذلك سوف يجعل البعض ممتناً بينما يندهش الباقون (مارك توين)

ثم استنتج أن $\arg(z_1\times z_2)\equiv\arg(z_1)+\arg(z_2)[2\pi]$.

4) ليكن z و z' عددين عقديين , باستعمال العلاقة (*) ,

استنتج أن : $\arg\left(\frac{1}{z}\right)\equiv-\arg(z)\ [2\pi]$

ثم $\arg\left(\frac{z}{z'}\right)\equiv\arg(z)-\arg(z')[2\pi]$

و $(\forall n\in IN)\ ;\ \arg(z^n)\equiv n\arg(z)\ [2\pi]$.

☹ **<u>نشاط بنائي رقم8:</u>** (زاوية متجهتين و العمدة)

لتكن A و B و C ثلاث نقط مختلفة مثنى مثنى من المستوى العقدي , ألحاقها على التوالي z_A و z_B و z_C .

نعتبر النقطة M من المستوى العقدي بحيث $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OM}$.

1) بين أن : $\arg(z_B-z_A)\equiv\overline{(\vec{u};\overrightarrow{AB})}\ [2\pi]$

(لاحظ أن $\overline{(\vec{u};\overrightarrow{AB})}\equiv\overline{(\vec{u};\overrightarrow{OM})}\ [2\pi]$)

و أن : $\arg(z_C-z_A)\equiv\overline{(\vec{u};\overrightarrow{AC})}\ [2\pi]$

2) أ- تحقق من أن :

$\overline{(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})}\equiv\overline{(\vec{u};\overrightarrow{AC})}-\overline{(\vec{u};\overrightarrow{AB})}\ [2\pi]$.

ب- استنتج أن : $\overline{(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})}\equiv\arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)\ [2\pi]$

<u>تمارين تطبيقية</u>

☺ **<u>تمرين تطبيقي رقم 1 :</u>**

أكتب على الشكل الجبري الأعداد العقدية التالية :

❶ $5+(3-i)$, ❷ $1+i(2+i)$, ❸ $7(i-2)$

❹ $2i(1-i)+3i$, ❺ $(1+2i)^2$, ❻ $(1+2i)(7-4i)$

❼ $(\sqrt{3}-i)^2$, ❽ $2i(1+3i)^2$, ❾ $(i)^7$, ❿ $-\frac{1}{7i}$

⓫ $\frac{4-i}{3+5i}$, ⓬ $\frac{-1+i}{1+i\sqrt{3}}$, ⓭ $\frac{(1-2i)^2}{(3+i)^2}$

☺ **<u>تمرين تطبيقي رقم 2:</u>**

حل في المجموعة C المعادلات التالية :

❶ $2iz+3=z-i$, ❷ $3z(z-i)=iz$

❸ $2z+5-iz=2i-3z+4iz$, ❹ $\frac{iz+3}{z-1}=-4i$

حل في المجموعة C , النظمتين التاليتين ذات المجهولين z_1 و z_2 :

❶ $\begin{cases}2z_1-z_2=i\\2z_1-3iz_2=17\end{cases}$, ❷ $\begin{cases}z_1-z_2=i\\iz_1+z_2=1\end{cases}$

☺ **<u>تمرين تطبيقي رقم 4:</u>**

ليكن $z=2-3i$ و $z'=1+4i$.

أكتب على الشكل الجبري الأعداد العقدية التالية :

❶ $z+z'$ و $z\times z'$ و $\frac{1}{z}$ و z^2 , ❷ $2iz+4z'$

❸ $(z-z')^3$, ❹ $\frac{z+2i}{z-1}$.

☺ **<u>تمرين تطبيقي رقم 5:</u>**

حدد العددين الحقيقين x و y بحيث يكون لدينا :

❶ $4x+y+i(x-2y)=5-i$

❷ $4y+i(x-y+5)=4+7i$

☺ **<u>تمرين تطبيقي رقم 6:</u>**

حدد قيمة (أو قيم) العدد الحقيقي x التي من أجلها يكون العدد العقدي : $z=x+3+i(x^2-4x)$

1) عددا حقيقيا .

2) عددا تخيليا صرفا .

3) يساوي العدد العقدي $4-3i$.

☺ **<u>تمرين تطبيقي رقم 7:</u>**

هل توجد قيمة (أو قيم) للعدد الحقيقي x التي من أجلها يكون العدد العقدي : $z=(x^2+x-2)+i(x^2-1)$

1) $z=0$ ؟

2) $\mathrm{Re}(z)=4$ ؟

3) $\mathrm{Im}(z)=-5$ ؟

☺ **<u>تمرين تطبيقي رقم 8:</u>**

لكل عدد عقدي z يخالف العدد1 , نضع : $Z=\frac{z-2i}{z-1}$

1)نضع $z=x+iy$, مع $(x;y)\in IR$.

حدد $\mathrm{Re}(Z)$ و $\mathrm{Im}(Z)$ بدلالة x و y .

2) حدد و مثل , في المستوى العقدي , مجموعة النقط $M(z)$ بحيث يكون Z عددا حقيقيا .

3) حدد ومثل , في المستوى العقدي , مجموعة النقط $M(z)$ بحيث يكون Z عددا تخيليا صرفا .

☺ **<u>تمرين تطبيقي رقم 9:</u>**

حدد , بطريقتين مختلفتين , الشكل الجبري لمرافق العدد العقدي z في كل حالة من الحالات التالية :

1) $z=(1-i)(5+2i)$

2) $z=(3-2i)^2$

3) $z=\frac{3+4i}{2+i}$

4) $z=\frac{(3+i)(4-i)}{2+3i}$

cherifalix@yahoo.fr

المادة : الرياضيات	تمارين و أنشطة درس :الأعداد العقدية	المستوى : الثانية علوم تجريبية
الأستاذ : علي الشريف	الجزء الأول	ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات

افعل الشيء الصحيح فإن ذلك سوف يجعل البعض ممتناً بينما يندهش الباقون (مارك توين)

☺ تمرين تطبيقي رقم 10:

نضع : $z_1=\dfrac{1-i}{3+5i}$ و $z_2=\dfrac{1+i}{3-5i}$ بدون حساب z_1+z_2 و z_1-z_2 بين أن z_1+z_2 عدد حقيقي , وأن z_1-z_2 عدد تخيلي صرف .

☺ تمرين تطبيقي رقم 11:

نضع $z=x+iy$ (x و y عددان حقيقيان)

1) حدد الشكل الجبري للعدد العقدي $5\bar{z}+3iz$

2) حل في المجموعة IC المعادلة : $5\bar{z}+3iz=2+i$.

☺ تمرين تطبيقي رقم 12:

حل في المجموعة C المعادلتين التاليتين :

1) $2\bar{z}=5-2i$, 2) $(3+i)\bar{z}-5+7i=0$

☺ تمرين تطبيقي رقم 13:

لكل عنصر z من C نضع : $f(z)=z^2+2z-4$

1) بين أن لكل z من IC لدينا : $\overline{f(z)}=f(\bar{z})$

2) أحسب $f(2-i)$ ثم استنتج $f(2+i)$.

☺ تمرين تطبيقي رقم 14:

حدد في كل حالة في المستوى العقدي مجموعة النقط M ذات اللحق z الذي يحقق :

1) $3z=4+\bar{z}$, 2) $z+5\bar{z}=6+8i$

☺ تمرين تطبيقي رقم 15:

1) أحسب معيار الأعداد العقدية التالية : -4 ; $\frac{1}{2}i$; $3+4i$; $-3i$.

2) أحسب معيار العدد العقدي z في كل حالة من الحالات التالية :

❶ $z=(\sqrt{2}+i\sqrt{2})$, ❷ $z=(3-2i)^3$

❸ $z=\dfrac{3-\sqrt{3}i}{5+5i}$, ❹ $z=(1+i\sqrt{3})(4-i)$

❻ $z=\left(\dfrac{1+i}{2iu}\right)^6$.

☺ تمرين تطبيقي رقم 16:

نعتبر في المستوى العقدي , النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي :

$a=-1+i$ و $b=2i$ و $c=2-2i$.

1) أحسب $|a-b|$ و $|a-c|$ و $|c-b|$.

2) استنتج طبيعة الثلث ABC .

☺ تمرين تطبيقي رقم 17:

حدد ثم مثل مجموعة النقط M ذات اللحق z الذي يحقق :

❶ $|z-i|=4$, ❷ $|z|=2\sqrt{3}$, ❸ $|z-2i|=|z+i|$

❹ $|z+1|=|z-2+3i|$, ❺ $|z-3+4i|=|\bar{z}+2i|$

❻ $|z|=2$ و $\mathrm{Im}(z)=1$.

☺ تمرين تطبيقي رقم 18:

نعتبر في المستوى العقدي , النقطتين B و C ذات اللحقين $z_B=2+2i\sqrt{3}$ و $z_C=2-2i\sqrt{3}$ على التوالي .

1) تحقق من أن النقطتين B و C تنتميان الى الدائرة (C) التي مركزها O و شعاعها 4 .

2) نعتبر النقطة A ذات اللحق z_A بحيث : $z_A=\dfrac{z_C-z_B}{2}$

أحسب z_A ثم $|z_B-z_A|$ و $|z_C-z_A|$ و $|z_B-z_C|$

3) حدد طبيعة المثلث ABC .

☺ تمرين تطبيقي رقم 19:

أنشئ النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي z_A و z_B و z_C و z_D تحقق :

1) $|z_A|=3$ و $\arg(z_A)\equiv-\dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

2) $|z_B|=2$ و $\arg(z_B)\equiv\dfrac{7\pi}{6}[2\pi]$.

3) $|z_C|=\dfrac{1}{2}$ و $\arg(z_C)\equiv-\dfrac{2\pi}{3}[2\pi]$.

4) $|z_D|=4$ و $\arg(z_D)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$.

☺ تمرين تطبيقي رقم 20:

حدد عمدة للعدد العقدي z في كل حالة من الحالات التالية :

❶ $z_1=1-i$, ❷ $z_2=-\sqrt{3}+i$, ❸ $z_3=-1-i\sqrt{3}$

☺ تمرين تطبيقي رقم 21:

أكتب على الشكل المثلثي الأعداد العقدية التالية :

1) $z_1=-2\left(\cos\dfrac{\pi}{7}+i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$

2) $z_2=\cos\dfrac{\pi}{7}-i\sin\dfrac{\pi}{7}$

3) $z_3=\sin\dfrac{\pi}{7}+i\cos\dfrac{\pi}{7}$

4) $z_4=-\cos\dfrac{\pi}{7}+i\sin\dfrac{\pi}{7}$

5) $_5 \quad 1 \quad \cos\dfrac{2\pi}{9} \qquad \sin\dfrac{2\pi}{9}$

cherifalix@yahoo.fr

المادة : الرياضيات الأستاذ : علي الشريف	تمارين و أنشطة درس :الأعداد العقدية الجزء الأول	المستوى : الثانية علوم تجريبية ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات

افعل الشيء الصحيح فإن ذلك سوف يجعل البعض ممتناً بينما يندهش الباقون (مارك توين)

تمرين تطبيقي رقم 22: ☺

ليكن $z = 2(-1+i)$ و $z' = -2+2i\sqrt{3}$. حدد على الشكل المثلثي :

$z\times z'$ و $\frac{1}{z}$ و $\frac{z}{\bar{z}}$ و $\frac{z'}{z}$ و z^2 و z^3 و z'^4 .

تمرين تطبيقي رقم 23: ☺

حدد عمدة للعدد العقدي z في كل حالة من الحالات التالية :

❶ $z=(1-i)^2$, ❷ $z=(1-i)(-\sqrt{3}+i)$

❸ $z=\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$, ❹ $z=\frac{\sqrt{3}-i}{2i}$ ❺ $z=\frac{2}{-2+2i}$

❻ $z=\left(\frac{i}{\sqrt{3}-i}\right)^4$.

تمرين تطبيقي رقم 24: ☺

حدد و مثل مجمعة النقط $M(z)$ في كل حالة من الحالتين التاليتين :

1) $\arg(\bar{z}) \equiv \arg(-z)[2\pi]$

2) $\arg(\bar{z}+2) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

3) $\arg(z) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$ و $|z| = 2$

تمرين تطبيقي رقم 25: ☺

حدد التمثيل العقدي للازاحة t التي متجهتها $\frac{1}{2}\vec{u}-\vec{v}$, و استنتج لحق النقطة B صورة النقطة $A(i)$ بالازاحة t

---

تمرين تطبيقي رقم 26: ☺

تعرف على التحويل الذي تمثيله العقدي كما يلي :

أ) $z' = z-3i$, ب) $z' = 1-z$.

ج) $z'+i = -2(z+i)$, د) $z' = 3z-2i$.

تمرين تطبيقي رقم 27: ☺

نعتبر تحويلا T تمثيله العقدي $z' = -5(z+3i)$.

أ) برهن أنه توجد نقطة وحيدة M تحقق : $T(M)=M$

(نرمز ب Ω الى هذه النقطة و ب ω الى لحاقها)

ب) تحقق أن : $z'-\omega = -5(z-\omega)$.

ج) تعرف على التحويل T .

تمرين تطبيقي رقم 28: ☺

حدد التمثيل العقدي لكل من التحويلات التالية :

أ) الازاحة التي متجهتها $\vec{w}(2+\frac{1}{2}i)$.

ب) التحاكي الذي مركزه $I(i)$ ونسبته $-\frac{1}{3}$.

ج) التحاكي الذي مركزه $A(1-i)$ و يحول النقطة $B(-1-5i)$ الى النقطة $C(2+i)$.

تمرين تطبيقي رقم 29: ☺

ليكن T تحويلا للمستوى تمثيله العقدي $z' = (1+\sqrt{2})z-2i$.

1- أثبت أنه توجد نقطة وحيدة Ω لحقها ω بحيث $T(\Omega)=\Omega$.

2- أكتب $z'-\omega$ بدلالة $z-\omega$.

3- استنتج طبيعة التحويل T .

تمارين داعمة

تمرين رقم 1 : ☹

ليكن u عدد ا عقديا بحيث :

$\arg(u) \equiv \theta[2\pi]$ و $|u|=1$ $(-\pi \prec \theta \prec \pi)$.

1- أ) عبر عن $1+\cos\theta$ و $\sin\theta$ بدلالة: $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ و $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$.

ب) استنتج كتابة $1+u$ على شكله المثلثي .

2- نعتبر النقط M و P و I التي ألحاقها هي على التوالي u و $1+u$ و 1 .

أ) ما هي طبيعة الرباعي $OMPI$ ؟

ب) استنتج مرة ثانية كتابة $1+u$ على شكله المثلثي .

تمرين رقم 2 : ☹

نعتبر النقط A و B و I التي لحاقها على التوالي $z_A = 3+2i$ و $z_B = -3$ و $z_I = 1-2i$.

1- مثل النقط A و B و I (وحدة القياس $1cm$).

2- أكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $Z = \frac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$.

ماذا تستنتج بالنسبة للمثلث IAB ؟

3- أحسب z_C لحق النقطة C صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه A و نسبته 2.

4 أ) ليكن D مرجح النقط : $\{(C,1);(B,-1);(A,1)\}$

أ حسب z_D لحق النقطة D

تمرين رقم 3 : ☹

ليكن عددا عقديا يخالف 1- و M صورته في المستوى العقدي نضع : $Z = \frac{1-2z}{i.z+i}$

1) بوضع $z = x+iy$ حيث x و y عددان عقديان , حدد $\text{Re}(z)$ و $\text{Im}(z)$ بدلالة x و y .

2) حدد ثم أ نشئ مجموعة النقط $M(z)$ التي من أ جلها يكون Z عددا حقيقيا .

3) حدد ثم أ نشئ مجموعة النقط $M(z)$ التي من أ جلها يكون Z عددا حقيقيا .

المستوى : الثانية علوم تجريبية	تمارين و أنشطة درس :الأعداد العقدية	المادة : الرياضيات
ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات	الجزء الأول	الأستاذ : علي الشريف

افعل الشيء الصحيح فإن ذلك سوف يجعل البعض ممتناً بينما يندهش الباقون (مارك توين)

☹ **تمرين رقم 4 :**

نعتبر في C المعادلة (E) التالية :

$$(E):\left(\frac{Z-i}{\overline{Z}+i}\right)^2 = 2.i\left|\frac{Z}{Z+3.i}\right|$$

1) بين أ ن Z يكون حلا للمعادلة(E) إ ذا و فقط إ ذا كان

$$\left(\frac{Z-i}{\overline{Z}+i}\right)^2 = i \quad \text{و} \quad |Z+3.i| = 2.|Z|$$

(لا حظ أ ن: $\overline{Z-i} = \overline{Z}+i$)

2) لتكن (ζ) مجموعة النقط M من المستوى العقدي ذات اللحق Z بحيث : $|Z+3.i| = 2.|Z|$

بين أ ن (ζ) دائرة مطلوب تحديد مركزها و شعاعها .

3) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوى العقدي ذات اللحق Z بحيث : $\left(\frac{Z-i}{\overline{Z}+i}\right)^2 = i$

بين أ ن : (Γ) هي آ تحاد مستقيمين بآستثناء نقطة مطلوب تحديدها .

4) آ ستنتج عدد حلول المعادلة (E).

☹ **تمرين رقم 5 :**

المستوى منسوب إلى م.م.م.م $(O;\vec{u};\vec{v})$

لكل z من $C-\{-1;1\}$ نضع : $g(z)=\frac{z}{z^2-1}$

1) حدد على الشكل الجبري حلي المعادلة : g (z) = i

2) نضع : $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$ و $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$.

نعتبر في المستوى النقط : M_1 وM_2 و N . التي أ لحاقها على التوالي هي z_1 وz_2 و $\sqrt{3}-\frac{i}{2}$.

أ- بين أ ن النقط M_1 وM_2 و N مستقيمية

ب – أ كتب كلا من العدد ين z_1 وz_2 على الشكل المثلثي .

ج- أ حسب $z_1^{60}+z_2^{60}$.

3) أ – بين أ ن لكل z من $C-\{-1;1\}$.

$g(z) \Leftrightarrow (z+\overline{z})(|z|^2-1)=0$ تخيلي صرف .

ب- حدد في المستوى المجموعة ζ للنقط M (z) بحيث g (z) عددا عقديا تخيليا صرفا .

☹ **تمرين رقم 6:**

في المستوى المنسوب إ لى المعلم م.م $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A ; B ; C التي أ لحاقها $Z_C ; Z_B ; Z_A$

حيث $Z_C = 1+\sqrt{3}+i \ , \ Z_B = 1+2i \ , \ Z_A = 1$

أ حسب $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ ثم أ كتب على الشكل الأ سي

آ ستنتج طبيعة المثلث ABC .

☹ **تمرين رقم 7:**

المستوى المنسوب إ الى معلم متعامد م. مباشر $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ حسب معيار الأ عداد العقدية التالية :

$$(7+35i)(3+2i) \ , \ \frac{7-35i}{3-2i} \ , \ \frac{(5+3i)(1+i)}{4+i} \ .$$

2) حدد مجموعة النقط M ذا ت اللحق Z حيث $Z.\overline{Z} = 4$.

3) نعتبر النقطة A ذا ت اللحق $(2+3i)$ حدد مجموعة النقط M ذا ت اللحق Z حيث :

$$|Z-(2+3i)| = 5$$

4) نعتبر العدد العقدي $j = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}.i$ أ حسب $|j|$. بين أ ن $j^2 = \overline{j}$ ثم آ ستنتج أ ن $j^3 = 1$

☹ **تمرين رقم 8:**

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O;\overrightarrow{e_1};\overrightarrow{e_2}\right)$

نعتبر الأعداد $z_1 = (1-i)(1+2i)$, $z_2 = \frac{2+6i}{3-i}$,

$z_3 = \frac{4i}{i-1}$ بحيث $M_1(z_1)$, $M_2(z_2)$, $M_3(z_3)$

1) أكتب الأعداد $z_1 ; z_2 ; z_3$ على الشكل الجبري .

2) بين أن المثلث $M_1M_2M_3$ قائم الزاوية و متساوي الساقين .

☹ **تمرين رقم 9:**

ليكن u عددا عقديا غير منعدم و j العدد العقدي بحيث

$$j = -\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

نضع $u = [r,\theta]$ و $z_1 = uj$ و $z_2 = ui$

1)اكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي.

2) نضع $Z = \frac{z_1+z_2}{z_1+z_2}$

أ- حدد معيار وعمدة العدد العقدي $\overline{j}-i$

نأ خذ : $\left(\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)$

ب- استنتج الشكل المثلثي للعدد Z بدلالة r و θ

3)أ- حدد قيم θ التي يكون من أجلها Z عددا حقيقيا موجبا .

ب- حدد قيم θ التي من أجلها Z تخليا صرفا.